Das Übungsblatt ist komplett schriftlich zu bearbeiten. Abgabe bitte am 17. Januar in der Vorlesung bei Herrn Schmid.

Die zweite Übungs-/Scheinklausur findet am 31. Januar am Ende der Vorlesung statt.

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Gegeben sei die Grammatik $G = (\{S, X, Y\}, \{a, b\}, P, S)$ mit $P = \{S \to XYX|YXY, X \to aYa|a|\varepsilon,\ Y \to bXb|b|\varepsilon\}$. Wandeln Sie G in Chomsky-Normalform um. Ist G eindeutig? Ist $L(G)$ eindeutig?

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Gegeben sei die Grammatik $G = (\{S, X, Y\}, \{a, b\}, P, S)$ mit $P = \{S \to YS|b, X \to a|XX,\ Y \to SX\}$. Wandeln Sie G in Greibach-Normalform um. Ist G eindeutig? Ist $L(G)$ eindeutig?

Aufgabe 3: (7 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$, $V = \{A, B, C, D, E, F, G, H\}$,

$$
P = \{\quad
\begin{array}{lcl}
A & \to & ABG \\
A & \to & aAAA \\
A & \to & \varepsilon \\
B & \to & GG \\
B & \to & FFa \\
C & \to & aACE \\
C & \to & \varepsilon \\
D & \to & \varepsilon
\end{array}
\qquad
\begin{array}{lcl}
E & \to & BCEa \\
E & \to & aEaF \\
F & \to & aF \\
F & \to & AFaB \\
F & \to & HaA \\
H & \to & ABHb \\
G & \to & a \\
G & \to & \varepsilon
\end{array}
\quad \}
$$

und sei $G = (V, \Sigma, P, A)$. Welche Sprache erzeugt diese Grammatik? Welche Variablen aus V sind nicht produktiv? Welche sind nicht erreichbar? Gibt es ein Startsymbol, von welchem aus alle Variablen erreicht werden können? Wie sieht die reduzierte Form dieser Grammatik aus?

Aufgabe 4: (9 Punkte)

Gegeben seien die Sprachen $L_1 = \{a^i b^j c^k | i > j > k > 0\}$ und $L_2 = \{a^i b^i a^j b^j c^j | i, j \geq 0\}$.

1. „Beweis“ der Kontextfreiheit von L_2: Zu beliebigem n existiert für jedes Wort $z = a^i b^i a^j b^j c^j$ mit $|z| \geq n$ eine Zerlegung $z = uvwxy$, so dass $w = \varepsilon$, $v = a$ (in den ersten „a“s), $x = b$ (in den ersten „b“s). Durch Pumpen bleibt die Anzahl der „a“s und „b“s im ersten Block gleich, alle Wörter der Form $uv^l wx^l y$ liegen somit in L_2, also ist L_2 kontextfrei. Wo liegt der Fehler in dieser Argumentation?

2. Noch ein „Beweis“ der Kontextfreiheit von L_2: $\{a^j b^j c^j | j \geq 0\}$ ist eine Teilmenge von L_2 und nicht kontextfrei, also kann auch L_2 nicht kontextfrei sein. Wo liegt der Fehler?

3. Zeigen sie mit dem Pumpinglemma, dass L_1 und L_2 nicht kontextfrei sind.