Dieses Übungsblatt ist komplett mündlich vorzubereiten. Vor Beginn der Übung wird im Übungsraum eine Liste ausliegen, auf der man ankreuzen kann, welche Aufgaben man zum Vorrechnen vorbereitet hat (ggf. statt einem Kreuz die entsprechenden Teilaufgaben angeben).

Das Übungsblatt gilt mit 19 Punkten als vollständig bearbeitet.

Aufgabe 1: (2+3+3 Punkte)

Konstruieren Sie eine Registermaschine, die bei Eingabe einer Zahl n in R_0 die Zahlen 1 bis n aufaddiert und die Summe in R_0 ablegt. Geben Sie die logarithmische Platz- und Zeitkomplexität (einschließlich aller Konstanten) an.

Aufgabe 2: (2+3+3 Punkte)

Konstruieren Sie eine Registermaschine, die bei Eingabe einer Zahl n in R_0 als Ausgabe für $0 \leq i \leq n$ in das Register R_i den Wert 2^i schreibt. Geben Sie die logarithmische Platz- und Zeitkomplexität (einschließlich aller Konstanten) an.

Aufgabe 3: (3 Punkte)

Ändern Sie ihre Registermaschine aus Aufgabe 2 so ab, dass für $0 \leq i \leq n$ in das Register R_{2^i} der Wert 1 geschrieben wird. Geben Sie für die so geänderte Registermaschine die logarithmische Platzkomplexität (einschließlich aller Konstanten) an. Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem aus Aufgabe 2.

Aufgabe 4: (2+3+3 Punkte)

Konstruieren Sie eine Registermaschine, die bei Eingabe einer Zahl n in R_0 die n-te Fibonaccizahl berechnet (es gelte $f(0) = f(1) = 1$ und $f(i) = f(i-1)+f(i-2)$, $i \geq 2$) und wieder in R_0 speichert. Geben Sie die logarithmische Platz- und Zeitkomplexität an. Schätzen Sie die Konstanten möglichst genau ab.
Hinweis: verwenden Sie als Näherung für die Abschätzung f(n) $\approx c^{n+1}/\sqrt{5}$ mit $c = 0.5 * (\sqrt{5} + 1)$.