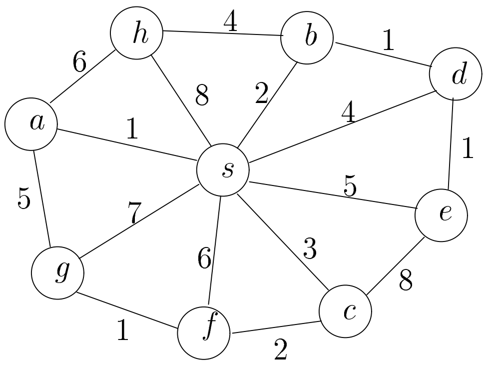
Claus/Hagenah/Lewandowski Sommersemester 1999
Aufgabenblatt 6

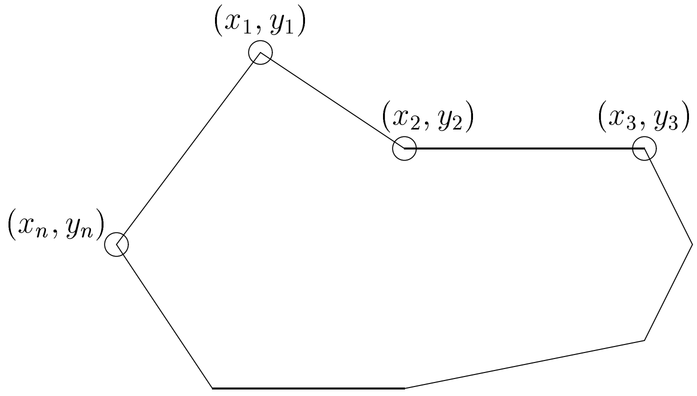
Übungen zur Vorlesung Entwurf und Analyse von eff. Algorithmen

---

1. Simulieren Sie den Kruskal-Algorithmus auf folgendem Graphen.



2. Gegeben sei eine Folge von Punkten $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$, die ein Polygon definiert. Geben Sie einen Algorithmus an, der für einen eingegebenen Punkt (a, b) feststellt, ob er innerhalb oder außerhalb des Polygons liegt.



3. Eine Knotenüberdeckung eines ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ ist eine Teilmenge $K \subseteq V$ so, daß jede Kante $e \in E$ mindestens ein Ende in K hat, d.h. $e \cap K \neq \emptyset$. Eine Knotenüberdeckung ist optimal (oder minimal), falls es keine Überdeckung mit weniger Knoten gibt.

Gegeben seien die folgenden Greedy-Strategien zur Berechnung einer optimalen Knotenüberdeckung. (Der Grad eines Knoten ist die Anzahl der mit ihm verbundenen Kanten).

a) Suche Knoten x mit maximalem Grad, entferne den Knoten in G und nehme ihn in K auf. Entferne die mit x vebundenen Kanten $\{x, y\} \in E$. Iteriere dieses Vorgehen bis keine Kante mehr vorhanden ist.

b) Wähle eine Kante in $\{x, y\} \in E$. Nehme x und y in K auf und entferne alle mit x und y verbundenen Kanten $\{x, z\}, \{y, z'\} \in E$. Iteriere dieses Vorgehen, bis keine Kante mehr vorhanden ist oder nur noch ein Knoten verbleibt.

Die Güte einer Überdeckung ist die Zahl $\frac{|K|-o}{|K|}$, wobei o die Kardinalität der optimalen Überdeckungen ist. Zeigen Sie, daß die zweite Strategie mindestens die Güte 1/2 besitzt. Besitzt die erste Strategie eine bessere Güte?

4. In der Vorlesung „Einführung in die Theoretische Informatik I“ (2. Semester) haben Sie ein Verfahren kennengelernt, um alle Äquivalenzklassen der Zustände eines endlichen Akzeptors zu berechnen. Das Verfahren benötigte $O(|\Sigma| \cdot |Q|^3)$ Schritte.

Untersuchen Sie, ob mit Hilfe der Ideen aus Abschnitt 3.3 ein schnellerer Algorithmus abgeleitet werden kann.