Claus/Hagenah/Lewandowski Sommersemester 1999
Aufgabenblatt 5

Übungen zur Vorlesung Entwurf und Analyse von Algorithmen

---

1. Angenommen, es liegt eine sortierte Liste mit n Elementen vor, gefolgt von $f(n)$ Elementen in beliebiger Reihenfolge. Wie würden Sie die gesamte Liste sortieren, falls:

a) $f(n) \in \mathcal{O}(1)$

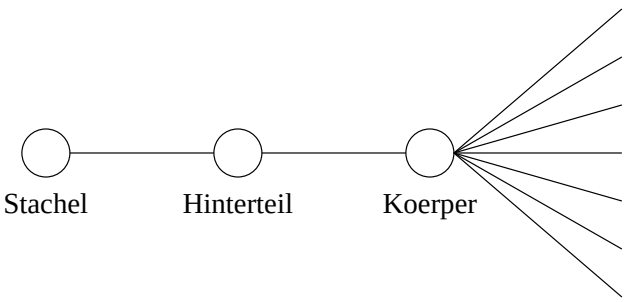
b) $f(n) \in \mathcal{O}(\log(n))$

c) $f(n) \in \mathcal{O}(\sqrt{n})$

d) Wie groß darf $f(n)$ sein, damit die gesamte Liste in linearer Zeit sortiert werden kann?

2. Man nennt einen ungerichteten Graphen einen Skorpion, wenn er drei besondere Knoten hat: Stachel, Hinterteil und Körper.

- Der Stachel ist nur mit dem Hinterteil verbunden.
- Das Hinterteil ist nur mit Stachel und dem Körper verbunden.
- Der Körper ist mit allen Knoten des Graphen bis auf den Stachel verbunden.
- Die übrigen Knoten können untereinander beliebig verbunden sein.



Es sei ein Graph $G = (V, E)$ als Adjazenzmatrix gegeben. Gegen sie einen Algorithmus mit einer Laufzeit von $\mathcal{O}(|V|)$ an, der bestimmt ob der Graph ein Skorpion ist.

3. Ein berühmtes altes Problem (Gauss bearbeitete es schon 1850) ist, acht Damen so auf einem Schachbrett zu plazieren, daß keine eine andere bedroht. Zwei Damen bedrohen einander, wenn sie in derselben Zeile, Spalte oder Diagonale (nicht nur die Hauptdiagonale) stehen. Schreiben Sie einen Algorithmus, der

sämtliche verschiedenen Lösungen berechnet und deren Anzahl ausgibt. Wieviele Lösungen gibt es insgesamt. Wieviele Löesungen gibt es die nicht durch Spiegelung oder Rotation auseinander hervorgehen?

4. Konstruieren Sie ein einen Graphen für den „Worst-Case"-Fall des Prim-Algorithmus, wenn die Datenstruktur Heap verwendet wird.

5. a) Zeigen Sie, daß jeder Sortieralgorithmus, der nur Vergleiche benutzt, für das Sortieren von 5 Elementen mindestens 7 Vergleiche benötigt.

b) Zeigen Sie, daß man 5 Elemente mit genau 7 Vergleichen sortieren kann.

c) Zeigen Sie, daß man von 5 Elementen mit 6 Vergleichen den Median bestimmen kann.

Zusatzaufgabe: In einer Gruppe von n Mädchen und n Jungen stuft jedes Mädchen jeden Jungen und jeder Junge jedes Mädchen entsprechend ihrer Zuneigung ein. Es droht die Gefahr einer Scheidung, wenn es ein Mädchen und einen Jungen gibt, die beide verheiratet sind (aber nicht miteinander) und sich gegenseitig jeweils lieber mögen, als ihren Mann bzw. ihre Frau.

Geben Sie einen effizienten Algorithmus an, der alle Mädchen und Jungen miteinander vermählt, ohne daß eine Scheidung droht.