Claus/Hagenah/Lewandowski Sommersemester 1999
Aufgabenblatt 4

Übungen zur Vorlesung Entwurf und Analyse von Algorithmen

---

1. Geben Sie einen Algorithmus an, der die Permutationen der Zahlen $1, 2, \ldots, n$ lexikographisch geordnet in $\mathcal{O}(n\,n!)$ Zeit ausgibt. Z.B. ist für $n = 3$ die Ausgabe:

$$1\ 2\ 3,\ 1\ 3\ 2,\ 2\ 1\ 3,\ 2\ 3\ 1,\ 3\ 1\ 2,\ 3\ 2\ 1.$$

2. Ein Sortieralgorithmus heißt stabil, falls alle Vorkommen eines Wertes in der gleichen Reihenfolge in der Ausgabe wie in der Eingabe erscheinen. Geben Sie für Quicksort, Heapsort, Bubblesort, Insertionsort, Mergesort und weitere Ihnen bekannten Sortieralgorithmen an, ob sie stabil sind (mit Begründungen).

3. Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ heißt *bipartit*, falls es Knotenmengen $U, U' \subseteq V$ gibt, so dass $U \cup U' = V$ und $U \cap U' = \emptyset$ gilt, und es nur Kanten zwischen U und U' gibt, d.h. $E \subseteq \{\{x, y\} \mid x \in U, y \in U'\}$.

Geben Sie Beispiele für bipartite und nicht bipartite Graphen an, die mindestens fünf Knoten enthalten.

Beschreiben Sie einen Algorithmus, der in Laufzeit $\mathcal{O}(|V| + |E|)$ bestimmt, ob ein gegebener Graph bipartit ist oder nicht.

Zeigen Sie: Ein Graph ist 2-färbbar genau dann, wenn er bipartit ist.

4. Seien $S[1...n]$ und $P[1...n]$ zwei Felder, wobei P eine Permutation der Zahlen $1, ..., n$ enthält. Entwerfen Sie einen Algorithmus, der S gemäß P umordnet, d.h. $S_{nachher}[i] = S_{vorher}[P[i]]$ für alle i. Kann man dabei ohne ein drittes Hilfsfeld auskommen?

Zusatzaufgabe: In einer Gruppe von n Mädchen und n Jungen stuft jedes Mädchen jeden Jungen und jeder Junge jedes Mädchen entsprechend ihrer Zuneigung ein. Wenn ein Mädchen und Junge heiraten, droht die Gefahr einer Scheidung, wenn das Mädchen einen anderen Jungen lieber mag und der Junge ein anderes Mädchen lieber mag.

Geben Sie einen effizienten Algorithmus an, der alle Mädchen und Jungen miteinander vermählt, ohne dass eine Scheidung droht.