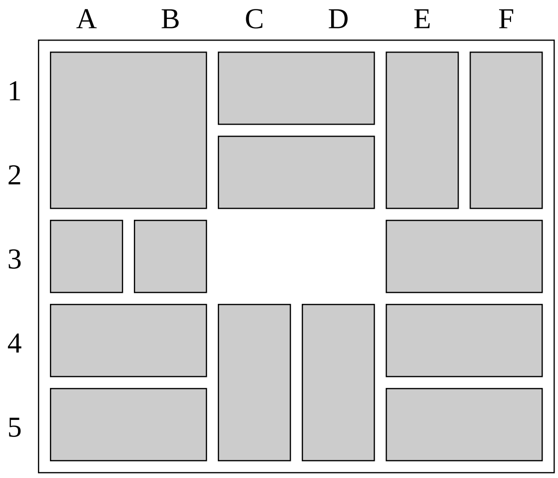
Claus/Hagenah/Lewandowski — Sommersemester 1999

Aufgabenblatt 3

Übungen zur Vorlesung Entwurf und Analyse von Algorithmen

---

1. Gegeben ist folgendes Spielfeld:



Die Felder C3 und D3 sind leer. Auf den übrigen Feldern befinden sich Blöcke. Ein Block wird durch die Position seiner oberen linken Ecke angegeben. Ein Zug ist die Bewegung eines Blocks um ein Feld nach links, rechts, oben oder unten, wobei die Felder, auf die der Block verschoben wird, leer sein müssen. In der abgebildeten Stellung sind daher nur die Züge

C2-C3, B3-C3, E3-D3, C4-C3 und D4-D3

möglich. Schreiben Sie ein Programm, das eine kürzeste Zugfolge ausgibt, um den Block A1 nach E4 zu verschieben (Hinweis: Erstellen Sie einen Graph und wenden Sie dann den Dijkstra-Algorithmus an). Wie lang ist die kürzeste Zugfolge? Geben Sie die Zeit- und Platzkomplexität des Programms für beliebige Spielfelder und Aufgaben an. Welche Möglichkeiten gibt es, das Programm zu optimieren?

2. Bleibt der Prim Algorithmus auch dann korrekt, wenn negative Kantengewichte erlaubt sind? Wenn ja, dann begründen Sie es. Wenn nicht, so geben Sie ein Beispiel an.

3. Zwei Personen A und B haben n Goldstücke geerbt, deren Wert jeweils $w_1, w_2, \ldots, w_n \in \mathcal{N}$ beträgt ($n \geq 1$).

a) A und B wollen wissen, ob man die Goldstücke so auf sie aufteilen kann, dass jede Person den gleichen Gesamtwert bekommt. Schreiben Sie einen Algorithmus zur Entscheidung dieses Problems, verifizieren Sie ihn und schätzen Sie die Zeitkomplexität ab.

b) Frage a) lässt sich sicher einfacher beantworten, wenn alle Werte 1 oder 2 sind, d.h. $\forall\ i:\ w_i \in \{1, 2\}$. Bearbeiten Sie das Problem a) unter dieser Nebenbedingung.

c) Untersuchen Sie das Problem für den Fall: $\forall\ i:\ w_i \in \{1, 2, 3\}$

4. Das Mautstraßenproblem: Fährt man in Frankreich über die Autobahn nach Paris, so muß Maut gezahlt werden. Man bekommt hierzu eine Karte, die eine Tabelle mit den Entfernungen und Gebühren zwischen den Ein- und Ausfahrten enthält.
Schreiben Sie ein Programm, dass aus einer geordneten Liste der Entfernungen mit ihren Vielfachheiten die Lage der Ausfahrten rekonstruiert.
Es seien also $0 = x_0 < x_1 < \cdots < x_n$ positive Zahlenwerte und A eine $n \times n$-Matrix mit $A_{i,j} = |x_i - x_j|$. Weiterhin sei D ein Feld, das die Werte $A_{i,j}$, $1 \leq i < j \leq n$, in sortierter Reihenfolge enthält. Gesucht sind die Werte x_k für $1 \leq k \leq n$, wobei D gegeben ist.
Verifizieren Sie ihr Programm und schätzen Sie die Zeitkomplexität ab.