Universität Stuttgart	Wintersemester 2007/2008
Fakultät 5, Institut FMI	Claus, Riexinger
Einführung in die Informatik III	20.01.2008
Aufgabenblatt 12	**Abgabe: 27.01.2008, 24.00 Uhr**

1. Zahlenbeziehungen (mittel) (8+6+6 Punkte)

Für eine natürliche Zahl a sei $\Gamma^*(a)$ die Summe der Teiler von a, ohne hierbei a selbst mitzuzählen.

Es sei also

$T'(a) = \{i | i \text{ teilt } a \text{ und } i \neq a\}$

dann ist $\Gamma^*(a) = \sum_{i \in T'(a)} i$

Speziell:

$\Gamma^*(1) = 0$,	$\Gamma^*(2) = 1$,	$\Gamma^*(3) = 1$,	$\Gamma^*(4) = 3$,
$\Gamma^*(5) = 1$,	$\Gamma^*(6) = 6$,	$\Gamma^*(7) = 1$,	$\Gamma^*(8) = 7$ usw

Die Abbildung $\Gamma^* : \mathbb{N} \to \mathbb{N}_0$ definiert einen gerichteten Graphen $(\mathbb{N}, E)$ durch $(x, y) \in E \iff \Gamma^*(x) = y$. Da wir uns auf die Knotenmenge $\mathbb{N}$ beschränken, geht also von 1 keine Kante aus.

Man sieht, dass $\Gamma^*(a) = 1$ genau dann wenn ist, wenn a eine Primzahl ist.

Es gibt Zahlen a mit $\Gamma^*(a) = a$, z.B. $a = 6$ und $a = 28$; solche Zahlen nennt man "vollkommene Zahlen". Meist ist $\Gamma^*(a) < a$, aber es gibt Zahlen mit $\Gamma^*(a) > a$; die kleinste solche Zahl ist 12.

Es gibt Zahlen a und b mit $\Gamma^*(a) = b$ und $\Gamma^*(b) = a$. Diese Tupel (a, b) nennt man "befreundete Zahlen". Das kleinste Paar ist $(220, 284)$.

$\Gamma^*(220) = 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284.$
$\Gamma^*(284) = 1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220.$

In dem Graphen gibt es auch Zyklen der Länge ≥ 3. Für sehr große Zahlen scheint es auch sehr lange Zyklen zu geben.

Aufgabe:
Schreiben Sie Scheme-Programme für folgende Probleme:

a) Finden Sie alle vollkommenen Zahlen bis 10000.
b) Finden Sie alle befreundeten Zahlen, bei denen eine Zahle ≤ 10000 ist.
c) Finden Sie alle längeren Zyklen, bei denen eine Zahle ≤ 10000 ist.