

Ablauf der Übungen: Die Übungen werden freitags, 8h45–9h30 (Raum 0.124) und zum Teil in der Vorlesung besprochen oder es werden Lösungshinweise gegeben. **Sie haben die Möglichkeit, Abgaben zu machen, die dann korrigiert werden.**

Eine allgemeine Empfehlung: Programmieren Sie die hier vorgestellten Algorithmen aus oder rechnen Sie zumindest unbedingt einige Beispiele durch, um die Eigenheiten der einzelnen Verfahren besser kennenzulernen.

1. (leicht–mittel) **Dijkstra vs. A^* -Algorithmus:** Dials Implementierung des Dijkstra-Algorithmus benötigt aufgrund der Eigenschaft

$$\max\{D(v) \mid v \in R\} \leq \min\{D(v) \mid v \in R\} + \gamma_{\max}$$

lediglich $\gamma_{\max} + 1$ Buckets. Obige Eigenschaft gilt offensichtlich nicht für den A^* -Algorithmus – aber vielleicht folgende? Sei $ed_z(\cdot)$ eine konsistente Schätzfunktion. Zeigen oder widerlegen Sie: Es gilt:

$$\max\{D(v) + ed_z(v) \mid v \in R\} \leq \min\{D(v) + ed_z(v) \mid v \in R\} + \gamma_{\max}$$

2. (mittel) **A^* -Algorithmus mit Buckets:** Schätzen Sie den Platzbedarf und die Laufzeit des A^* -Algorithmus mit Buckets ab, wenn man

- Buckets wie bei Dials Algorithmus
- Buckets wie bei der $\sqrt{\gamma_{\max}}$ -Variante

benutzt.

3. (mittel) **Dials Algorithmus:** Aufgrund der Intervalleigenschaft kann kein Bucket mit Index größer als $\max\{d(v) \mid v \in V\} + \gamma_{\max}$ angesprochen werden. Gibt es Beispiele, bei denen dieser Worst-Case auch erreicht wird? Wie groß ist $\max\{d(v) \mid v \in V\}$ in Abhängigkeit von γ_{\max} maximal?
4. (mittel) **$\sqrt{\gamma_{\max}}$ -Bucket-Variante:** Um den Worst-Case zu erreichen, genügt eine Liste mit $\gamma \equiv \gamma_{\max}$. Dabei ist jeder Knoten nur einmal im Überlaufbucket. Gibt es Beispiele bei denen $\Theta(n)$ Knoten sich $\Theta(\sqrt{\gamma_{\max}})$ mal im Überlaufbucket befinden? (Anmerkung: die Laufzeitabschätzung bzgl. O -Notation ändert sich dadurch nicht.)
5. (mittel) **Buckets in Graphen mit negativen Kantengewichten:** Wir haben Buckets bisher nur in Kürzeste-Wege-Algorithmen für Graphen mit positiven Kantengewichten betrachtet. Überlegen Sie, inwieweit man Buckets auch in Kürzeste-Wege-Algorithmen für Graphen, in denen auch negative Kantengewichte erlaubt sind, sinnvoll verwenden kann.