

Ablauf der Übungen: Die Übungen werden freitags, 8h45–9h30 (Raum 0.124) und zum Teil in der Vorlesung besprochen oder es werden Lösungshinweise gegeben. **Sie haben die Möglichkeit, Abgaben zu machen, die dann korrigiert werden.**

Eine allgemeine Empfehlung: Programmieren Sie die hier vorgestellten Algorithmen aus oder rechnen Sie zumindest unbedingt einige Beispiele durch, um die Eigenheiten der einzelnen Verfahren besser kennenzulernen.

1. (leicht–mittel) **Dijkstra vs.  $A^*$ -Algorithmus:** Dials Implementierung des Dijkstra-Algorithmus benötigt aufgrund der Eigenschaft

$$\max\{D(v) \mid v \in R\} \leq \min\{D(v) \mid v \in R\} + \gamma_{\max}$$

lediglich  $\gamma_{\max} + 1$  Buckets. Obige Eigenschaft gilt offensichtlich nicht für den  $A^*$ -Algorithmus – aber vielleicht folgende? Sei  $ed_z(\cdot)$  eine konsistente Schätzfunktion. Zeigen oder widerlegen Sie: Es gilt:

$$\max\{D(v) + ed_z(v) \mid v \in R\} \leq \min\{D(v) + ed_z(v) \mid v \in R\} + \gamma_{\max}$$

2. (mittel)  **$A^*$ -Algorithmus mit Buckets:** Schätzen Sie den Platzbedarf und die Laufzeit des  $A^*$ -Algorithmus mit Buckets ab, wenn man

- Buckets wie bei Dials Algorithmus
- Buckets wie bei der  $\sqrt{\gamma_{\max}}$ -Variante

benutzt.

3. (mittel) **Dials Algorithmus:** Aufgrund der Intervalleigenschaft kann kein Bucket mit Index größer als  $\max\{d(v) \mid v \in V\} + \gamma_{\max}$  angesprochen werden. Gibt es Beispiele, bei denen dieser Worst-Case auch erreicht wird? Wie groß ist  $\max\{d(v) \mid v \in V\}$  in Abhängigkeit von  $\gamma_{\max}$  maximal?
4. (mittel)  **$\sqrt{\gamma_{\max}}$ -Bucket-Variante:** Um den Worst-Case zu erreichen, genügt eine Liste mit  $\gamma \equiv \gamma_{\max}$ . Dabei ist jeder Knoten nur einmal im Überlaufbucket. Gibt es Beispiele bei denen  $\Theta(n)$  Knoten sich  $\Theta(\sqrt{\gamma_{\max}})$  mal im Überlaufbucket befinden? (Anmerkung: die Laufzeitabschätzung bzgl.  $O$ -Notation ändert sich dadurch nicht.)
5. (mittel) **Buckets in Graphen mit negativen Kantengewichten:** Wir haben Buckets bisher nur in Kürzeste-Wege-Algorithmen für Graphen mit positiven Kantengewichten betrachtet. Überlegen Sie, inwieweit man Buckets auch in Kürzeste-Wege-Algorithmen für Graphen, in denen auch negative Kantengewichte erlaubt sind, sinnvoll verwenden kann.