

## Übung 7

zu Theoretische Informatik III (für Softwaretechnik)

### Aufgabe 1: P und NP

(3 Punkte)

Sei  $\{1\}$  das Problem zu entscheiden, ob ein Element  $x$  in der Menge  $\{1\}$  enthalten ist oder nicht.

Zeigen Sie:  $\{1\}$  ist **NP**-vollständig  $\Leftrightarrow \mathbf{P}=\mathbf{NP}$

### Aufgabe 2: TSP – Nicht-Determinismus

(3 Punkte)

Gegeben sei ein Graph  $G = (V, E, \delta)$  und eine Zahl  $m$ . Zeigen Sie: Das Problem, ob es in diesem Graphen einen Weg  $w$  mit  $\delta(w) \leq m$  gibt, der alle Knoten enthält, kann nicht-deterministisch in polynomieller Zeit entschieden werden (liegt in **NP**).

### Aufgabe 3:

(7 Punkte)

3-SAT ist das Erfüllbarkeitsproblem, bei dem jede Klausel 3 Literale hat. Clique ist das Problem, zu einer Eingabe  $(G, k)$  zu entscheiden, ob der Graph  $G$  eine Clique mit mind.  $k$  Knoten besitzt ( $V' \subseteq V$  heißt Clique, wenn die Knoten in  $V'$  paarweise durch Kanten verbunden sind). Independent-Set ist das Problem, zu einer Eingabe  $(G, k)$  zu entscheiden, ob der Graph  $G$  eine unabhängige Knotenmenge mit mind.  $k$  Knoten besitzt ( $V' \subseteq V$  heißt unabhängig, wenn es keine Kantenverbindungen zwischen den Knoten in  $V'$  gibt).

a) (2 Punkte) Zeigen Sie durch (polynomielle) Reduktion des Problems Clique auf Independent-Set, dass Independent-Set NP-hart ist (mit Independent-Set  $\in$  NP folgt die NP-vollständigkeit).

b) (5 Punkte) Zeigen Sie durch (polynomielle) Reduktion des Problems 3-SAT auf Independent-Set, dass Independent-Set NP-hart ist.

### Aufgabe 4: Reduktion

(6 Punkte)

Gegeben sei ein Graph  $G = (V, E, \delta)$  ( $\delta : E \rightarrow \mathbf{N}$ ),  $u, v \in V, d \in \mathbf{N}$ .

Problem 1: (LWeg) Existiert ein doppelpunktfreier Weg  $w$  von  $u$  nach  $v$  mit  $\delta(w) = d$ ?

Problem 2: (Ham) Hat  $G$  einen Hamiltonschen Weg (= doppelpunktfreier Weg in welchem alle Knoten genau einmal vorkommen)?

Zeigen Sie: Ham  $\leq_{pol}$  LWeg.

### Aufgabe 5:

(6 Punkte)

Zeigen Sie: Das Erreichbarkeitsproblem für B/E Netze (Petrietze mit Kapazität 1) ist **NP**-hart. Reduzieren Sie dazu 3-SAT auf dieses Problem.