

Übung 6

zu Theoretische Informatik III (für Softwaretechnik)

Aufgabe 1:

(3 Punkte)

Konstruieren Sie eine Registermaschine, die zu zwei gegebenen ganzen Zahlen a und b mit $a, b > 1$ den Wert $a \operatorname{div} b$ (ganzzahlige Division) berechnet. Am Anfang soll a in R_0 und b in R_1 stehen - das Ergebnis $a \operatorname{div} b$ soll am Ende in R_0 gespeichert werden. Bestimmen Sie die Zeit- und Platzkomplexität Ihrer Registermaschine.

Zusatzaufgabe: Finden Sie einen Algorithmus dessen Zeitkomplexität polynomiell bezüglich der Eingabelänge bleibt.

Aufgabe 2:

(6 Punkte)

Zeigen Sie $\mathbf{DTime}_k(f(n)) \subseteq \mathbf{DTime}_1(f^2(n))$. Verwenden Sie die Spurtechnik, indem Sie die k Bänder auf k Spuren eines Bandes legen. Codieren Sie in das neue Alphabet auch die k Positionen der Leseschreibköpfe.

Aufgabe 3:

(6 Punkte)

Gegeben sei eine RAM mit der Rechenspeicherzellenbelegung $(n, a_1, a_2, \dots, a_n)$ (am Anfang). Schreiben Sie ein RAM Programm mit möglichst wenig Befehlen (auf Effizienz soll bewusst nicht geachtet werden), welches die Inhalte der Register R_1, R_2, \dots, R_n sortiert, das heißt, nach Ausführung des Programms soll $(n, a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_n})$ mit $a_{i_1} \leq a_{i_2} \leq \dots \leq a_{i_n}$ die Rechenspeicherzellenbelegung sein.

Aufgabe 4:

(6 Punkte)

Zeigen Sie:

a) $\mathbf{DSpace}(n) \subseteq \mathbf{ExpTime} = \bigcup_{c \in \mathbf{N}} \mathbf{DTime}(c^n)$,

b) $\mathbf{NTime}(n) \subseteq \mathbf{DSpace}(n)$.

Aufgabe 5:

(12 Punkte)

Diese Aufgabe ist als Alternative zu den Aufgaben 1-3 gedacht.

Beweisen Sie Satz 7.2 (Seite 121) der Vorlesung:

$\forall k \geq 1 \exists \alpha, \beta \in \mathbf{N}$ mit

$$\mathbf{DTimeSpace}_k(T, S) \subseteq \mathbf{RAMTimeSpace}(\alpha \cdot T \cdot \log(S), \beta \cdot S)$$