

Übung 5

zu Theoretische Informatik III (für Softwaretechnik)

Aufgabe 1: Analyse einer Turingmaschine

(4 Punkte)

Gegeben sei eine Turingmaschine: $M = (\{q'_0, q_0, q_1, q_e\}, \{0, 1\}, \{\bar{b}, 0, 1\}, \delta, q'_0, \{q_e\}, \bar{b}, 2)$ mit der zugehörigen Tafel δ :

q'_0	\bar{b}, \bar{b}	q_0	1, 0	O, O	q_0	\bar{b}, \bar{b}	q_e	\bar{b}, \bar{b}	O, O	q_1	\bar{b}, \bar{b}	q_e	1, \bar{b}	O, O
q'_0	0, \bar{b}	q'_0	0, 0	R, R	q_0	$\bar{b}, 0$	q_0	0, \bar{b}	O, L	q_1	$\bar{b}, 0$	q_0	1, \bar{b}	O, L
q'_0	1, \bar{b}	q'_0	1, 1	R, R	q_0	0, \bar{b}	q_0	0, \bar{b}	L, O	q_1	0, \bar{b}	q_0	1, \bar{b}	L, O
					q_0	$\bar{b}, 1$	q_0	1, \bar{b}	O, L	q_1	$\bar{b}, 1$	q_1	0, \bar{b}	O, L
					q_0	1, \bar{b}	q_0	1, \bar{b}	L, O	q_1	1, \bar{b}	q_1	0, \bar{b}	L, O
					q_0	0, 0	q_0	0, \bar{b}	L, L	q_1	0, 0	q_0	1, \bar{b}	L, L
					q_0	0, 1	q_0	1, \bar{b}	L, L	q_1	0, 1	q_1	0, \bar{b}	L, L
					q_0	1, 0	q_0	1, \bar{b}	L, L	q_1	1, 0	q_1	0, \bar{b}	L, L
					q_0	1, 1	q_1	0, \bar{b}	L, L	q_1	1, 1	q_1	1, \bar{b}	L, L

Was berechnet diese Turingmaschine? Was bedeuten dabei die Zustände q_0 und q_1 ? Bestimmen Sie die Zeit- und Platzkomplexität der Turingmaschine.

Aufgabe 2: Konstruktion einer Turingmaschine

(4 Punkte)

Konstruieren Sie eine k -Band Turingmaschine, die zu einer gegebenen Zahl x (in Binärdarstellung) entscheidet, ob diese durch 3 teilbar ist oder nicht. Bestimmen Sie die Zeit- und Platzkomplexität der Turingmaschine. Verwenden Sie möglichst wenig Bänder.

Aufgabe 3: ein einfach aussehendes Problem

(4 Punkte)

Sei k -COLOR ($k > 2$) die Menge der binären Codierungen von ungerichteten Graphen, die sich mit k Farben färben lassen. Zeigen Sie: k -COLOR lässt sich von einer nichtdeterministischen Turingmaschine in $O(n^2)$ lösen.

Konstruieren Sie keine Turingmaschine, sondern skizzieren Sie einen Lösungsalgorithmus und schätzen Sie dessen Laufzeit ab.

Lässt sich dieses Problem nicht deterministisch in $O(n^2)$ lösen?

Aufgabe 4: Konstruktion einer Registermaschine

(6 Punkte)

Konstruieren Sie eine Registermaschine, die bei Eingabe der Zahlen n in R_0 und m in R_1 die Werte $n \text{ div } m$ und $n \text{ mod } m$ berechnet. Bestimmen Sie die Zeit- und Platzkomplexität Ihrer Registermaschine.

Skizzieren Sie, wie man mit einer Mehrbandturingmaschine dieses Problem löst und vergleichen Sie die Aufwandsabschätzungen.

Aufgabe 5: universelle Turingmaschine

(12 Punkte)

Diese Aufgabe ist als Alternative zu den Aufgaben 1-3 gedacht.

Eine (deterministische) Turingmaschine heißt *universell*, wenn für alle Turingmaschinen M und für alle (für M zulässigen) Wörter w gilt: $\text{Res}_U(\langle M, w \rangle) = \langle \text{Res}_M(w) \rangle$ (vgl. Hertrampf Theoretische Informatik I). U liest also die binäre Standardcodierung $\langle M \rangle$ einer 1-Band Turingmaschine sowie deren Eingabe w ein und erzeugt dann das gleiche Ergebnis, das M bei Eingabe von w erzeugt hätte.

Erläutern Sie die Arbeitsweise einer universellen Turingmaschine

Skizzieren Sie eine universelle Turingmaschine mit k Bändern, die möglichst wenige Zustände besitzt (wählen Sie $k \leq 5$ geeignet).