

Übung 8

zu Theoretische Informatik III (für Softwaretechnik)

Aufgabe 1: Operationale Semantik

(4 Punkte)

Gegeben sei das folgende Programm in der Programmiersprache IMP:

```
in (X, Y);  
    Z := 0;  
    while X > 0 do X := X - 1; Z := Z + Y od;  
out (Z);
```

- Geben Sie an, welche Funktion berechnet wird.
- Beweisen Sie mit operationaler 1-Schritt-Semantik, welche Ausgabe bei der Eingabe (2, 7) und bei (3, 1) geliefert wird.

Aufgabe 2: Denotationale Semantik

(6 Punkte)

Gegeben sei das folgende Programm in der Programmiersprache IMP:

```
in (X, Y);  
    X := X - Y;  
    while Y ≥ 0 do Y := Y - 1; X := X + 2 od;  
out (X);
```

- Geben Sie an, welche Funktion berechnet wird.
- Zeigen Sie mit Hilfe der denotationalen Semantik, dass diese Funktion tatsächlich berechnet wird.

Aufgabe 3: Denotationale Semantik

(6 Punkte)

Gegeben sei das folgende Programm in der Programmiersprache IMP:

```
in (X);  
    Z := 0;  
    while X ≠ 0 do Z := Z + 1; X := X - 2 od;  
out (Z);
```

- Geben Sie mit Hilfe denotationaler Semantik an, welche Funktion berechnet wird.
- Geben Sie mindestens einen weiteren Fixpunkt der Funktion $\Gamma_{b,c}$ an.

Aufgabe 4: Fixpunkte von Funktionen

(4 Punkte)

Sei $n \in \mathbf{N}$ eine natürliche Zahl. Wir betrachten die Menge der Funktionen von der Menge der ersten n Zahlen in sich, die mindestens einen Fixpunkt besitzen, d.h. die Menge

$$\{f|f : \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\} \text{ und es existiert ein } k \text{ mit } f(k) = k\}.$$

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, aus der Menge aller Funktionen $\{f|f : \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}\}$ zufällig eine Funktion auszuwählen, die mindestens einen Fixpunkt besitzt.

Hinweis: Berechnen Sie, wieviele Funktionen f es gibt, die keinen Fixpunkt besitzen, und setzen Sie diese in Beziehung zur Anzahl aller Funktionen.