Übungen zur Vorlesung Einführung in die Informatik II

Ausgabe: 16. Juli 2002 keine Abgabe

Dieses Aufgabenblatt geht nicht mehr in die Scheinwertung ein
und wird in den Gruppenübungen nicht mehr besprochen.
Lösungshinweise werden diesen Donnerstag, 18. Juli, 15:00-16:30 Uhr, V20.01, gegeben.

Aufgabe 1: (Paralleles Sortieren)

Sortieren Sie die Zahlenfolge 5, 8, 1, 6, 3, 4, 9, 10, 4, 5, 4, 7, 12, 2, 13, 4. Benutzen Sie dazu

a. das Verfahren der "Linearen Kette",

b. den Divide and Conquer Ansatz (vgl. Folien im Netz).

Wie groß, wie breit und wie tief sind diese parallelen Algorithmen? D.h., wie wieviele Bausteine sind für eine hardwaremäßig Realisierung nötig, wieviel für eine softwaremäßige und wie ist die Laufzeit der Algorithmen.
Geben Sie die Zahlenfolgen bei allen Zwischenschritten an.
Sind diese Verfahren stabil?

Aufgabe 2: (Erreichbarkeit in Graphen)

Sei $G = (\{1, ..., x\}, E)$ ein gerichteter Graph. Die zugehörige erweiterte Adjazenzmatrix sei $B = (b_{ij})$ mit $b_{ij} = 1$ genau dann, wenn die Kante (i, j) in E existiert, sonst $b_{ii} = 1$ und $b_{ij} = 0$ für $i \neq j$. Weiter sei $B^m = (b_{ij}^{(m)})$ induktiv definiert durch $B^1 = B$ und $B^m = B^{m-1} \cdot B$ ($(m-1)$-fache Matrizenmultiplikation).

a. Welche Information enthält B^m über den Graphen. D.h., geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung für $b_{ij}^{(m)} = 0$ an.

b. Kann man die Matrizen B, B^2, $B^3, ...$ verwenden, um kürzeste Wege zu berechnen, sofern jede Kante (i, j) das Gewicht $\delta((i, j)) = 1$ erhält? Formulieren Sie einen entsprechenden Algorithmus und berechnen Sie seine Zeitkomplexität in Abhängigkeit von n.

c. Wir haben $b_{ii} = 1$ für alle i in der "erweiterten Adjazenzmatrix" B gesetzt.

   Untersuchen Sie die Aufgabenteile a und b mit der "normalen Adjazenzmatrix" $A = (a_{ij})$ mit $a_{ij} = 1$ genau dann, wenn die Kante (i, j) in E existiert, sonst $a_{ij} = 0$.

Aufgabe 3: (Grapheigenschaften)

Ein *gerichteter* Graph $G = (V, E)$ heißt bipartit genau dann, wenn es eine Zerlegung $V = V_1 \cup V_2$ mit $V_1 \cap V_2 = \emptyset$ gibt und $E \subseteq (V_1 \times V_2) \cup (V_2 \times V_1)$ (d.h., es gibt keine Kanten deren beide Endpunkte in V_1 oder beide Endpunkte in V_2 liegen).
Ein *ungerichteter* Graph $G = (V, E)$ ohne Schlingen heißt bipartit genau dann, wenn es eine Zerlegung $V = V_1 \cup V_2$ mit $V_1 \cap V_2 = \emptyset$ gibt mit $(\{x, y\} \in E \ \Rightarrow \ x \in V_1 \wedge y \in V_2)$.
Ein Graph G heißt k-färbbar genau dann, wenn eine Abbildung $f : V \to \{1, 2, ..., k\}$ existiert mit $f(x) \neq f(y)$ für alle $\{x, y\} \in E$.

a. Zeigen Sie: G ist bipartit genau dann, wenn G 2-färbbar ist.

b. Entwickeln Sie hieraus einen Algorithmus, der jedem ungerichteten Graphen in $O(|V| + |E|)$ Schritten daraufhin überprüft, ob er bipartit ist oder nicht.

Viel Erfolg bei den Prüfungen!