Abgabe bis Mittwoch 18.07.2001 | Zugehörige Übungen am 20.07.2001 8.30 Uhr
Empfohlene Bearbeitungszeit:3 Stunden | Hierbei mindestens zu erreichende Punktzahl: 14.

Übung 6

zu Theoretische Informatik III (für Softwaretechnik)

Aufgabe 1: Operationale Semantik (4 Punkte)

Gegeben sei das folgende Programm in der Programmiersprache IMP:

in (X, Y);
  Z:=0;
  while $X > 0$ do $X := X - 1$; $Z := Z + Y$ od;
out (Z);

a) Geben Sie an, welche Funktion berechnet wird.

b) Beweisen Sie mit operationaler 1-Schritt-Semantik, welche Ausgabe bei der Eingabe $(2, 7)$ und bei $(3, 1)$ geliefert wird.

Aufgabe 2: Denotationale Semantik (6 Punkte)

Gegeben sei das folgende Programm in der Programmiersprache IMP:

in (X, Y);
  $X := X - Y$;
  while $Y \geq 0$ do $Y := Y - 1$; $X := X + 2$ od;
out (X);

a) Geben Sie an, welche Funktion berechnet wird.

b) Zeigen Sie mit Hilfe der denotationalen Semantik, dass diese Funktion tatsächlich berechnet wird.

Aufgabe 3: Denotationale Semantik (6 Punkte)

Gegeben sei das folgende Programm in der Programmiersprache IMP:

in (X);
  $Z := 0$;
  while $X \neq 0$ do $Z := Z + 1$; $X := X - 2$ od;
out (Z);

a) Geben Sie mit Hilfe denotationaler Semantik an, welche Funktion berechnet wird.

b) Geben Sie mindestens einen weiteren Fixpunkt der Funktion $\Gamma_{b,c}$ an.

<u>Aufgabe 4:</u> Fixpunkte von Funktionen (4 Punkte)

Sei $n \in \mathbb{N}$ eine natürliche Zahl. Wir betrachten die Menge der Funktionen von der Menge der ersten n Zahlen in sich, die mindestens einen Fixpunkt besitzen, d.h. die Menge

$$\{f | f : \{1, 2, ..., n\} \to \{1, 2, ..., n\} \text{ und es existiert ein } k \text{ mit } f(k) = k\}.$$

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, aus der Menge aller Funktionen $\{f | f : \{1, 2, ..., n\} \to \{1, 2, ..., n\}\}$ zufällig eine Funktion auszuwählen, die mindestens einen Fixpunkt besitzt.

<u>Hinweis:</u> Berechnen Sie, wieviele Funktionen f es gibt, die keinen Fixpunkt besitzen, und setzen Sie diese in Beziehung zur Anzahl aller Funktionen.