

Evolutionäre Algorithmen

Vorlesung 11

Mehrzieloptimierung

Schwierigkeiten

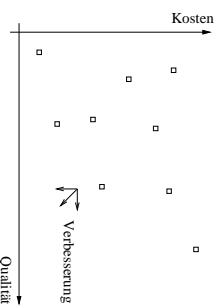
- ▷ oft schon multimodal bzgl. einer Objektfunktion
- ▷ sich widersprechende Kriterien: Optima der Einzelkriterien evtl. weit voneinander entfernt
- ▷ Kompromiss gesucht – meist verschiedenen von den einzelnen Optima
- ▷ Kompromiss hängt von der Gewichtung der verschiedenen Kriterien ab
- ▷ zusätzlicher Entscheidungsprozess bzgl. der Relation und Gewichtung der verschiedenen Kriterien

Evolutionäre Algorithmen, Vorlesung 11, Weicker

3

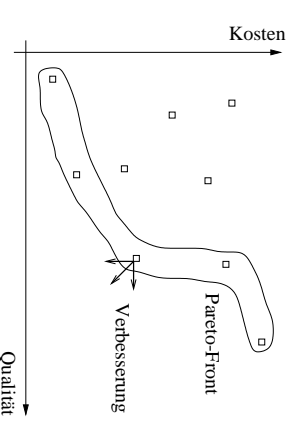
Mehrzieloptimierung

- ▷ Bei den meisten Optimierungsproblemen besitzen die Lösungen verschiedene relevante Eigenschaften.
- ▷ Diese widersprechen sich oft
- ▷ Beispiel: Kosten und Qualität



Pareto-Front

- ▷ es gibt unerreichbare Zielfunktionskombinationen
- ▷ interessant: Lösungskandidaten an der Grenze zwischen erreichbaren und unerreichbaren Kombinationen



Pareto-Front _____

- ▷ Pareto-Dominanz bzgl. Zielfunktionen F_i ($1 \leq i \leq k$): B dominiert A

$$B \succ_{dom} A := \forall_{1 \leq i \leq k} F_i(B) \succeq F_i(A) \wedge \exists_{1 \leq i \leq k} F_i(A) \succ F_i(B)$$

- ▷ Pareto-Front:

$$Pareto(P) := \left\{ A \in P \mid \forall B \in P \neg (B \succ_{dom} A) \right\}$$

Beschränkung auf eine Zielgröße _____

- ▷ Separation:

- Das Problem wird vereinfacht, indem eine (oder mehrere) Suchraumkriterien zunächst nicht berücksichtigt werden.

- Dann kann versucht werden, die weiteren Kriterien ausgehend von dieser Lösung noch lokal zu optimieren.

- ▷ Randbedingungen:

- Einige (untergeordnete) Zielgrößen werden in der Form von Randbedingungen formuliert

- Es wird ein Schwellenwert angegeben, der erfüllt sein muß

Ziel _____

- ▷ Verfahren, welches einen vernünftigen Kompromiss aus der Pareto-Front liefert

- ▷ Mögliche Herangehensweisen:

- Beschränkung auf eine Zielgröße
- Reduktion der Dimensionen durch Gewichtung
- spezielle Suche nach der Pareto-Front

Einteilung der multiobjektiven Methoden _____

- ▷ Entscheidung vor Suche:

- vorab: Gewichtung der Kriterien
- Optimierung bzgl. dieser Bewertungsfunktion

- ▷ Suche vor Entscheidung:

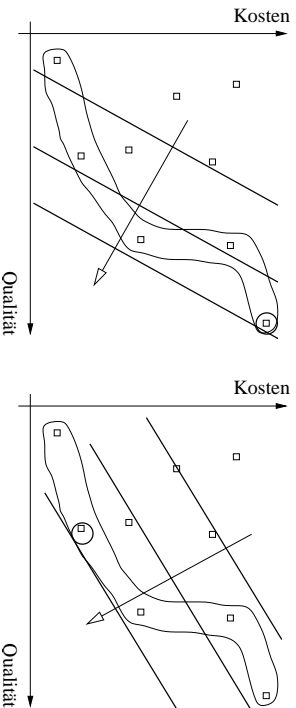
- zunächst: Suche zur Erzeugung möglichst vieler alternativer Lösungen
- dann: Auswahl der tatsächlichen Lösung
- wie können Lösungskandidaten breit gestreut werden?

- ▷ Integration von Suche und Entscheidung: wechseln sich ab

Aggregierende Verfahren

▷ Linearkombination:

$$F(A) = \sum_{i=1}^n w_i F_i(A)$$

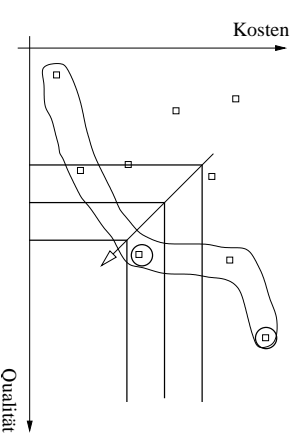


Minimax-Methode

▷ alle gewichteten Zielgrößen werden minimiert

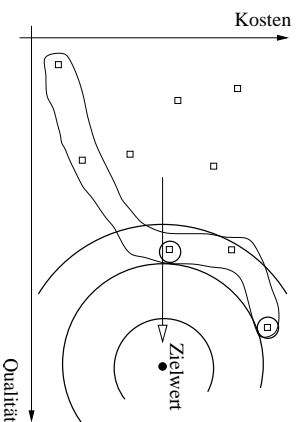
▷ Gütewert ist Maximum der Zielgrößen

$$F(A) = \max_{i=1, \dots, n} w_i (F_i(A) - Z_i)$$



Vorgabe eines Zielvektors

▷ Distanz im Raum der Zielgrößen zu einem Zielvektor



Suche vor Entscheidung

▷ einfacher Ansatz: Auffächerung durch unterschiedliche Gewichte

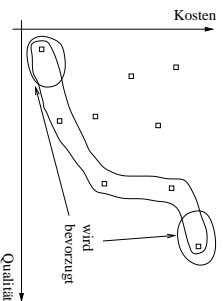
▷ mehrere sequentielle Suchvorgänge mit unterschiedlichen Gewichtungen

▷ z.B. mit Werten $\alpha \in [0, 1]$

$$F(x) = \alpha F_1(x) + (1 - \alpha) F_2(x)$$

Entkoppelung der einzelnen Kriterien _____

- ▷ jeweils ein Teil der Individuen wird bzgl. eines Kriteriums selektiert
- ▷ tendiert zu den Extrema



Mittels Pareto-Dominanz: Problem _____

- ▷ Gendrift sorgt dafür, dass Population auf einer Lösung konvergiert
- ▷ Mechanismus, um dies zu verhindern: Güte teilen
- ▷ monoton fallende Funktion $Teile$ mit $Teile(0) = 1$ und $\lim_{d \rightarrow \infty} Teile(d) = 0$
- ▷ Nische eines Individuums: $m_{A,P} = \sum_{B \in P} Teile(d(A, B))$
- ▷ Güte von A : $\frac{F(A)}{m_{A,P}}$
- ▷ isolierte Individuen werden besser bewertet

Bewertung durch Pareto-Dominanz _____

$$Q_1 := \{A \in P \mid \forall B \in P \neg (B \succ_{dom} A)\}$$
$$Q_i := \{A \in P \setminus \bigcup_{1 \leq j < i} Q_j \mid \forall B \in P \setminus \bigcup_{1 \leq j < i} Q_j \neg (B \succ_{dom} A)\}$$

$$F(A) := \begin{cases} n, & \text{falls } A \in Q_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1, & \text{falls } A \in Q_n \end{cases}$$

Selektion für Mehrzieloptimierung _____

- ▷ Turnirselektion zwischen A und B
- ▷ Wahl einer Vergleichsmenge an Individuen
- ▷ falls eines dominiert ist und das andere nicht, akzeptiere zweiteres
- ▷ ansonsten: dasjenige mit weniger Individuen innerhalb einer fest definierten Umgebung

Berechnung der Pareto-Front _____

- ▷ sehr aufwändig
- ▷ bei maximal 3 Dimensionen praktikabel
- ▷ iterative Herangehensweise, z.B.
 - Berechnung einer vorläufigen Front
 - Anwender bestimmt einen Zielwert hinter der Front
 - Suche iteriert, wobei die Entfernung zu diesem Zielwert mit einfließt